

Dém. $z: t \mapsto f((1-t)a + tb) = f(a + t(b-a))$.

IAF sur z : $\|z(1) - z(0)\| \leq \sup_{t \in [0,1]} \|z'(t)\| |1-0|$

$$z'(t) = d_{f_{(1-t)a+tb}}(b-a) \quad (f \circ z)'(t) = d_{f_{z(t)}}(\gamma'(t))$$

$$\begin{aligned} \|f(b) - f(a)\| &\leq \sup_{t \in [0,1]} \|d_{f_{(1-t)a+tb}}(b-a)\| \\ &\leq \sup_{t \in [0,1]} (\|d_{f_{(1-t)a+tb}}\| \|b-a\|) \\ &\leq \left(\sup_{[a,b]} \|d_{f_x}\| \right) \|b-a\| \end{aligned}$$

Prop.

f est C^1 ssi ses composantes le sont. (pareil pour différentiable)

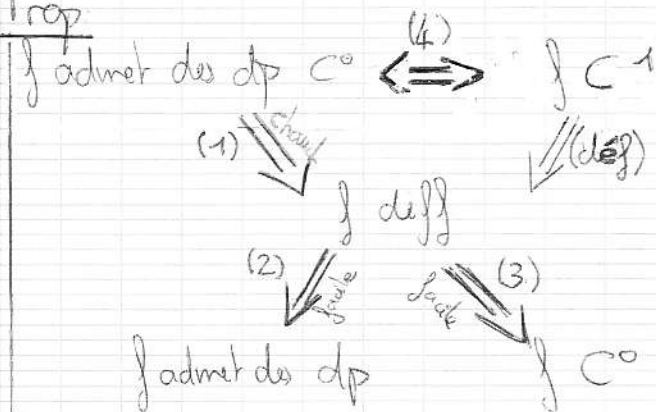
Dérivées partielles.

$$f: \mathbb{R}^n \rightarrow F \quad df_a(h_1, \dots, h_n) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} h_i$$

$\frac{\partial f}{\partial x_i}$ est la différentielle en 0 de $t \mapsto f(a + t e_i)$

⚠ Il n'y a pas d'équivalence entre la régularité de la f et df_a et la régularité des dp.

Prop



Les 4 implications n'admettent pas de réciproque.